

Jena Research Papers in Business and Economics

Operations Research – Begriffsklärung und Kurzübersicht

Armin Scholl, Doreen Krüger

21/2007

Jenaer Schriften zur Wirtschaftswissenschaft

Working and Discussion Paper Series
School of Economics and Business Administration
Friedrich-Schiller-University Jena

ISSN 1864-3108

Publisher:

Wirtschaftswissenschaftliche Fakultät
Friedrich-Schiller-Universität Jena
Carl-Zeiß-Str. 3, D-07743 Jena
www.jbe.uni-jena.de

Editor:

Prof. Dr. Hans-Walter Lorenz
h.w.lorenz@wiwi.uni-jena.de
Prof. Dr. Armin Scholl
armin.scholl@wiwi.uni-jena.de

www.jbe.uni-jena.de

Operations Research – Begriffsklärung und Kurzübersicht

Armin Scholl, Doreen Krüger

Friedrich-Schiller-Universität Jena
Fakultät für Wirtschaftswissenschaften
Lehrstuhl für Betriebswirtschaftliche Entscheidungsanalyse
Carl-Zeiß-Straße 3, D-07743 Jena
e-Mail: {a.scholl, d.krueger}@wiwi.uni-jena.de

1 Definition

Operations Research (kurz: OR, auch: Unternehmensforschung) dient der Entscheidungsvorbereitung im Rahmen des *Planungsprozesses*. OR arbeitet stets mit *Modellen*, so dass eine enge Verbindung vor allem zur modellgestützten *heuristischen Planung* besteht. Hierbei fließen quantifizierbare Informationen (Daten) in die Optimierung eines oder mehrerer operational formulierbarer *Ziele* ein (vgl. Domschke und Drexl 2007, S. 1; Ellinger et al. 2003, S. 2).

Zur Formulierung der Modelle, zur Optimierung der Zielerreichung und damit zur Lösung der Modelle bedient sich das OR mathematischer Methoden (vgl. Domschke und Drexl 2007, S. 1). Abb. 1 stellt den Planungsprozess schematisch dar. Damit beschäftigt sich OR i.w.S. mit der Modellbildung und Lösungsfindung (v.a. über *Algorithmen*) sowie Methoden zur Datenermittlung, während es i.e.S. primär auf die Entwicklung von Algorithmen beschränkt wird (vgl. Domschke und Drexl 2007, S. 2). Für beide Sichtweisen spielt die Softwareunterstützung eine zentrale Rolle.

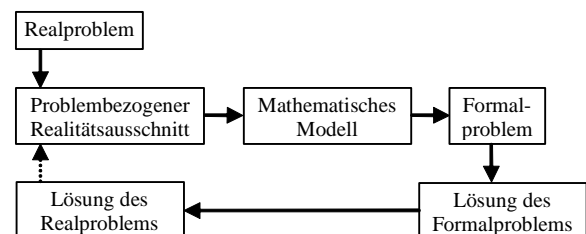


Abb. 1. Planung mit mathematischen Modellen
(vgl. Müller-Merbach 1988, S. 14)

Das OR grenzt sich von der Entscheidungstheorie (ET, *Entscheidung*) vor allem durch die Art der verwendeten Modelle ab. Während die präskriptive ET vor allem durch Entscheidungsmodelle i.e.S. und Bewertungsverfahren Unterstützung im Planungspro-

zess bietet, konzentriert sich das OR auf vollständig quantitative Optimierungsmodelle und -methoden (vgl. Klein und Scholl 2004, S. 38 f.). Entscheidungsmodelle i.e.S. (auch: Auswahlmodelle) arbeiten mit einer expliziten Menge von Handlungsalternativen, welche z. B. durch die Nutzwertanalyse (*Scoring-Modell*) oder den Analytic Hierarchy Process (*Entscheidung*) bewertet werden müssen, um die beste Alternative auswählen zu können. Optimierungsmodelle hingegen beruhen auf implizit durch ein System von Restriktionen gegebenen Handlungsalternativen (= Menge zulässiger Lösungen) und mindestens einer zu optimierenden Zielfunktion. Ziel des OR ist es hier, die am besten bewertete, d.h. optimale, zulässige Alternative (Lösung) zu finden (vgl. Klein und Scholl 2004, S. 37 f., S. 43; Neumann und Morlock 2002, S. 5).

2 Operations Research als Forschungsgebiet

Der Ursprung des OR findet sich in den Jahren kurz vor und während des 2. Weltkrieges in Großbritannien und den USA (vgl. Domschke und Drexl 2007, S. 2). Seine Aufgabe bestand in dieser Zeit primär in der Planung militärischer Aufgaben (vgl. Müller-Merbach 2000, S. 688). Nach dem 2. Weltkrieg widmete sich das OR der Analyse und Lösung wirtschaftlicher und anderer Planungsprobleme. Heute wirkt das OR in verschiedene wissenschaftliche Disziplinen und praktische Anwendungsgebiete hinein (vgl. Küpper 2007, S. 736). Enge Verbindungen bestehen insbesondere zu Mathematik, Wirtschaftswissenschaften und Informatik, neuerdings aber auch zu Biologie, Bioinformatik, Chemie oder Medizintechnik. Anwendung finden Konzepte des OR vor allem in der *Logistik* und *Produktion*, aber auch im *Projektmanagement* und *Controlling*. In neueren Bereichen wie dem Revenue Management, Health Care Management und Umweltschutz trägt das OR ebenfalls zur Analyse und Lösung von Problemstellungen bei (vgl. www.gor-ev.de).

Es haben sich zahlreiche nationale und internationale Organisationen gebildet, deren Ziel es ist, die Verbreitung und den Einsatz von Operations Research in Wissenschaft und Praxis zu fördern (vgl. www.gor-ev.de). Der internationale Dachverband International Federation of Operational Research Societies (IFORS) vereinigt seit 1959 regionale und nationale OR-Gesellschaften. Die weltweit größte Gesellschaft ist dabei das US-amerikanische Institute for Operations Research and the Management Sciences (INFORMS), welches u. a. "Management Science" – eine der bekanntesten und hoch-

rangigsten wissenschaftlichen Zeitschriften auf dem Gebiet des OR – herausgibt. Außerdem gehören der IFORS die Association of European Operational Research Societies (EURO), als europäischer Dachverband mit dem bekannten "European Journal of Operational Research", und die deutsche Gesellschaft für Operations Research (GOR) an. Vorläufer der GOR entstanden bereits 1956 und 1961. In ihrer heutigen Form besteht die GOR seit 1998. Sie gibt zwei wissenschaftliche Zeitschriften heraus, "OR Spectrum" und "Mathematical Methods of Operations Research". Kennzeichnend für das Gebiet des OR an Universitäten ist die zunehmende Integration der Methoden und Ansätze des OR in traditionelle Teilbereiche der BWL, wie z. B. Produktion, Logistik, Marketing, Finanzierung, Banken und Versicherung, Unternehmensrechnung und Controlling, wodurch diese eine Fundierung durch theoretische quantitative Modelle und entsprechende Lösungsverfahren erhalten (vgl. Küpper 2007, S. 737 f.). Im Gegensatz zu US-amerikanischen Universitäten ist OR als spezielle Betriebswirtschaftslehre in der deutschen Universitätslandschaft kaum anzutreffen. Eine ähnliche Situation ist in der Praxis zu beobachten (vgl. Küpper 2007, S. 738; Hillier und Lieberman 2002, S. 9).

3 Teilgebiete

3.1 Lineare Optimierung

Vor allem das Instrumentarium der *linearen Optimierung* oder auch linearen Programmierung (LP) hat dem OR zum Aufschwung verholfen. Es ist der am weitesten entwickelte und wichtigste Teilbereich des OR (vgl. Klein und Scholl 2004, S. 433). Im Mittelpunkt stehen hier lineare Optimierungsmodelle, zugehörige Lösungsverfahren, wie z. B. der *Simplex-Algorithmus*, und die Dualitätstheorie (vgl. Domschke et al. 2003, S. V). Ein LP-Modell beschreibt ein Optimierungsproblem durch lineare Zielfunktion(en) und lineare Nebenbedingungen, wobei die Entscheidungsvariablen beliebige reelle nichtnegative Zahlenwerte an-

$$\text{Maximiere } F(x_1, x_2) = 2x_1 + x_2 \quad (1)$$

unter den Nebenbedingungen:

$$x_1 + x_2 \leq 50 \quad (2)$$

$$9x_1 + 5x_2 \leq 320 \quad (3)$$

$$x_1 \leq 30 \quad (4)$$

$$x_1, x_2 \geq 0 \quad (5)$$

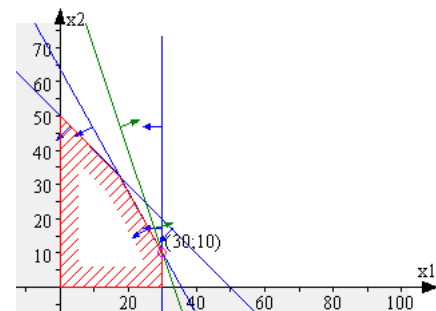


Abb. 2. Beispiel einer LP-Modellinstanz und deren graphische Lösung

nehmen können (vgl. Domschke und Drexl 2007, S. 13). Eine Instanz eines LP-Modells versteht alle Parameter des Modells mit konkreten Zahlenwerten. Ein Beispiel für eine solche LP-Modellinstanz ist in Abb. 2 dargestellt. Hier soll der Gewinn aus zwei Produkten maximiert werden (Zielfunktion (1)), wobei über die Anzahl der jeweils produzierten Mengen (x_1 : Produkt A, x_2 : Produkt B) zu entscheiden ist. Nebenbedingung (2) und (3) geben dabei Kapazitätsbeschränkungen der benötigten Maschinen an, während Restriktion (4) eine Absatzbeschränkung für Produkt A widerspiegelt. Die Nebenbedingungen definieren im (x_1, x_2) -Koordinatensystem einen zulässigen Bereich in Form eines konvexen Polyeders, die Zielfunktion lässt sich als lineare Höhenlinie einzeichnen. Durch Verschieben der Höhenlinie hin zu höheren Zielfunktionswerten (hier nach rechts oben) ergibt sich derjenige Punkt, bei dem die Höhenlinie den zulässigen Bereich gerade noch tangiert. Diese optimale Lösung besteht im Beispiel darin, 30 Einheiten des Produkts A und 10 Einheiten des Produkts B herzustellen.

Typische Anwendungsbereiche der LP sind u. a. die *Produktionsprogrammplanung* oder die Transportplanung (*Transportmodell*).

3.2 Ganzzahlige und kombinatorische Optimierung

Häufig dürfen die Variablen jedoch nicht jeden beliebigen reellen Wert annehmen, sondern sind auf Ganzzahligkeit beschränkt. Dies ist z. B. bei der Bestimmung von Produktionsmengen von Stückgütern oder bei der Entscheidung über die Annahme oder Ablehnung eines Auftrags der Fall. Man spricht dann von ganzzahliger Optimierung (auch Integer Programming (IP); vgl. Hillier und Lieberman 2002, S. 376). Darüber hinaus ist eine Vielzahl betriebswirtschaftlicher Probleme kombinatorischer Natur, d.h. mögliche Lösungen entstehen durch Kombinieren und Reihen von Lösungselementen (vgl. Domschke et al. 2003, S. IV). Dazu gehört z. B. die Festlegung der Besuchsreihenfolge eines Handelsvertreters bei seinen Kunden, das Zusammenstellen von Transportaufträgen zu Touren, die Zuordnung von Personal zu Aufgaben und/oder Schichten (Personaleinsatzplanung, *Personalplanung*) oder die Auswahl von Investitionsalternativen bei gegebenem Investitionsbudget (*Investitionsplanung*) (vgl. Domschke et al. 2003, S. IV). Hier ergeben sich meist (gemischt-) ganzzahlige oder (gemischt-) binäre Optimierungsmodelle, d.h., solche mit reellwertigen und ganzzahligen Variablen.

Zur Lösung entsprechender Modelle bzw. Modellinstanzen sind spezielle Verfahren notwendig. Sucht man eine (oder mehrere) optimale Lösung(en) sind exakte Verfahren anzuwenden. Nach Domschke und Drexl (2007, S. 127 f.) sind sie unterteilbar in Schnittebenenverfahren, Entscheidungsbaumverfahren und Kombinationen aus beiden. Entscheidungsbaumverfahren beruhen auf der sukzessiven Berechnung aller sinnvollen Lösungen und der Auswahl der besten (vgl. Müller-Merbach 2000, S. 690). Zu ihnen gehören Verfahren der vollständigen und der begrenzten Enumeration sowie der *dynamischen Optimierung* (vgl. Domschke und Drexl 2007, S. 127). Das Prinzip des *Branch-and-Bound* ist eines der bekanntesten Verfahren der begrenzten Enumeration. Als problematisch erweist sich der Rechenaufwand der genannten Verfahren. Er steigt für viele Problemtypen exponentiell mit der Problemgröße an.

Häufig sind bereits kleine Probleme nicht mehr mit vertretbarem Aufwand lösbar. Aus diesem Grund begnügt man sich oft mit sogenannten Heuristischen Verfahren (*Heuristik*). Diese können die Optimalität einer Lösung zwar nicht garantieren, finden jedoch i.d.R. mit angemessenem Aufwand hinreichend gute Lösungen (vgl. Ellinger et al. 2003, S. 149). Heuristiken lassen sich v.a. in Eröffnungs- bzw. Konstruktionsverfahren und Verbesserungsverfahren unterteilen (vgl. Domschke und Drexl 2007, S. 128 ff.; Domschke und Scholl 2007).

Eröffnungsheuristiken dienen der Ermittlung einer (ersten) zulässigen Lösung eines Problems, während Verbesserungsverfahren von einer (oder mehreren) zulässigen Startlösung(en) ausgehen und diese sukzessive durch kleine Veränderungen verbessern (vgl. Klein und Scholl 2004, S. 464 + 467). Zu den Konstruktionsverfahren für das *Transportmodell* zählt z. B. die Vogelsche Approximationsmethode, während die Stepping-Stone-Methode ein Verbesserungsverfahren ist.

Darüberhinaus existieren moderne Metastrategien wie Tabu Search oder Genetische Algorithmen, die mit Hilfe problemunabhängiger Mechanismen die Suche von problemspezifischen Heuristiken im Lösungsraum geschickt steuern (vgl. Domschke und Scholl 2007).

3.3 Nichtlineare Optimierung

Obwohl die Mehrzahl ökonomischer Entscheidungsprobleme mit Hilfe eines LP- oder IP-Modells hinreichend gut abgebildet bzw. gelöst werden kann, erweisen sich die tatsächlichen bzw. empirisch nachgewiesenen Wirkungszusammenhänge zwischen ökonomischen Größen i.d.R. als nichtlinear (vgl. Domschke et al. 2003, S. VII). Beispiele hierfür sind nichtlineare Preis-Absatz-Funktionen, degressive Kostenfunktionen aufgrund von Skaleneffekten und die Kapitalwertfunktion. Nichtlineare Optimierungsmodelle können solche Zusammenhänge explizit berücksichtigen. Die verfügbaren Lösungsverfahren für nichtlineare Optimierungsprobleme eignen sich allerdings jeweils nur für bestimmte Modellklassen und sind nicht allgemein anwendbar (vgl. Hillier und Liebermann 2002, S. 415; Domschke und Drexl 2007, Kap. 8).

3.4 Dynamische Optimierung

Die *dynamische Optimierung* (DO) ist auf (ganzzahlige oder kombinatorische) Probleme anwendbar, die so in einzelne Stufen zerlegt werden können, dass eine stufenweise Optimierung zum Gesamtoptimum führt (vgl. Neumann und Morlock 2002, S. 593). Diese Stufen können z. B. Zeitabschnitte repräsentieren. Dabei ist die Entscheidung auf jeder Stufe abhängig von der Entscheidung auf der vorhergehenden Stufe. Dadurch entsteht eine Folge voneinander abhängiger Entscheidungen. Auf jeder Stufe wird deren Erfolgsbeitrag separat ermittelt. Das Gesamtproblem lässt sich auf diese Weise durch eine stufenweise Optimierung lösen. Im Bereich der DO lässt sich keine Standardmodellformulierung angeben; es handelt sich um ein allgemeines Prinzip, das stets problemspezifisch ausgestaltet werden muss (vgl. Domschke und Drexl 2007, S. 159). Anwendungen sind u. a. bei der Bestellmengen- und Losgrößenplanung zu finden.

3.5 Stochastische Optimierung

In den Abschnitten zuvor wurde unterstellt, dass alle notwendigen *Daten* (Problemparameter und Wirkungszusammenhänge) vollständig und mit *Sicherheit* bekannt sind (deterministische Optimierung). Im Gegensatz dazu dient die stochastische Optimierung zur Planung bei unsicheren Erwartungen. Anstelle eines einzigen, sicheren Wertes treten bei unsicheren Modellparametern mehrwertige Informationen oder lediglich mögliche Wertebereiche (vgl. Scholl 2001, S. 71). Auch unsichere Wirkungszusam-

menhänge (stochastische Nebenbedingungen) und unsichere Bewertungsansätze (stochastische Zielfunktionen) sind denkbar (vgl. Scholl 2001, S. 71). Häufig werden deterministische Ersatzmodelle zur Beurteilung von Lösungen bei vorliegender Stochastik herangezogen. Bekannte Vorgehensweisen sind hier Fat-Solution-Modelle, deterministische Ersatzwertmodelle, Chance-Constrained-Modelle oder Kompensationsmodelle.

3.6 Graphentheorie

In der *Graphentheorie* werden reale Sachverhalte und Entscheidungsprobleme durch Graphen und zugehörige Methoden beschrieben, analysiert und optimiert (vgl. Domschke et al. 2003, S. III). Es lassen sich längste bzw. kürzeste Wege, z. B. mit Hilfe des Dijkstra-Algorithmus, bestimmen und Flüsse durch Netzwerke optimieren. Auch vielfältige Strukturuntersuchungen sind möglich (vgl. Müller-Merbach 2000, S. 689). Ein kleines Beispiel für die Verwendung von Graphen zur Lösung von Planungsproblemen wird im Folgenden gegeben. Ein Kurierfahrer soll schnellstmöglich ausgehend von der Niederlassung (Knoten 1) den Empfänger im Punkt 5 erreichen. Abb. 3 gibt alle möglichen Verbindungen im relevanten Straßennetz an. Fehlende Pfeile in die Gegenrichtung deuten auf Einbahnstraßen hin. Die Pfeilbewertungen geben die Fahrtzeit auf den betreffenden Streckenabschnitten an. Der (zeitlich) kürzeste Weg zum Kunden ergibt sich vom Knoten 1 über Knoten 2 und 3 (Kreuzungen im Straßennetz) mit einer minimalen Dauer von 40 Zeiteinheiten.

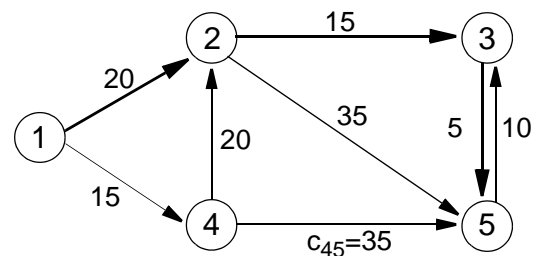


Abb. 3. Beispiel zur Bestimmung eines kürzesten Weges anhand eines Graphen

Auch vielfältige Strukturuntersuchungen sind möglich (vgl. Müller-Merbach 2000, S. 689). Ein kleines Beispiel für die Verwendung von Graphen zur Lösung von Planungsproblemen wird im Folgenden gegeben. Ein Kurierfahrer soll schnellstmöglich ausgehend von der Niederlassung (Knoten 1) den Empfänger im Punkt 5 erreichen. Abb. 3 gibt alle möglichen Verbindungen im relevanten Straßennetz an. Fehlende Pfeile in die Gegenrichtung deuten auf Einbahnstraßen hin. Die Pfeilbewertungen geben die Fahrtzeit auf den betreffenden Streckenabschnitten an. Der (zeitlich) kürzeste Weg zum Kunden ergibt sich vom Knoten 1 über Knoten 2 und 3 (Kreuzungen im Straßennetz) mit einer minimalen Dauer von 40 Zeiteinheiten.

Anwendung findet die Graphentheorie darüberhinaus u. a. in der Terminplanung/Projektplanung (*Netzplantechnik*), Transportoptimierung (*Transportproblem*) oder der Tourenplanung.

3.7 Weitere Gebiete des OR

Neben den aufgeführten Bereichen des OR lassen sich weitere Teilgebiete bzw. Verfahrensklassen identifizieren. Dazu gehören Prognoseverfahren, Netzplantechnik, Warteschlangentheorie, Simulation und Spieltheorie.

Prognosen ermitteln Informationen über die Zukunft betreffende Sachverhalte (vgl. Klein und Scholl 2004, S. 263). Sie liefern somit Planungsinformationen und leisten im Rahmen des OR einen wesentlichen Beitrag zur Entscheidungsvorbereitung.

Die *Netzplantechnik* dient der Analyse, Planung und Steuerung von Projekten (vgl. Klein und Scholl 2004, S. 73). Das OR stellt damit dem *Projektmanagement* ein wichtiges methodisch fundiertes, graphentheoretisches Konzept zur Entscheidungsfindung im Projektablauf zur Verfügung.

Die Analyse stochastischer Prozesse stellt ein weiteres wichtiges Einsatzgebiet des OR dar (vgl. Müller-Merbach 2000, S. 690). Der *Warteschlangentheorie* kommt dabei eine besondere Rolle zu. Warteschlangen findet man in allen Bereichen des täglichen Lebens und von Unternehmen. Einige Beispiele sind Kundenschlangen an den Kassen in Supermärkten, an Bank- und Behördenschaltern, Autoschlangen vor Ampeln oder Baustellen oder auch Flugzeuge vor der Start- und Landebahn (vgl. Domschke und Drexl 2007, S. 212). In der betrieblichen Praxis findet man aber auch Aufträge vor Bearbeitungsstationen oder noch nicht ausgeführte Bestellungen in Warteschlangen. Mit Hilfe der Warteschlangentheorie lassen sich u. a. zu erwartende Schlangenlängen und Wartezeiten bei einer gegebenen Systemkonfiguration bestimmen. Durch die Bewertung systematisch variierten Konfigurationen kann so ein geeignetes System bestimmt werden (vgl. Müller-Merbach 2000, S. 690).

Für komplexe stochastische Prozesse eignet sich die analytische Warteschlangentheorie weniger. Hier ist die *Simulation* vorzuziehen. Sie ist eines der wichtigsten Teilgebiete des OR für die Praxis (vgl. Domschke und Drexl 2007, S. 225). Mit Hilfe von Simulationsmethoden können komplexe stochastische Problemstellungen analysiert werden. Durch die Untersuchung von einzelnen Alternativen oder Systemkonfigurationen werden Entscheidungsmöglichkeiten durchgespielt, wenn exakte Analysen zu teuer, zu aufwendig oder zu gefährlich sind (vgl. Neumann und Morlock 2002, S. 697). Anwendung findet die Simulation z. B. bei der Analyse von Warteschlangensystemen,

Lager- und Materialflusssystemen oder bei der Auswertung stochastischer Netzpläne (vgl. Domschke et al. 2003, S. IX).

Auch die *Spieltheorie* wird als Teilgebiet des OR verstanden, so dass hier eine enge Verknüpfung des OR zur Volkswirtschaftslehre entsteht. Sie befasst sich auf mathematisch-theoretischer Basis mit Wettbewerbssituationen und gibt Handlungsempfehlungen für Entscheidungen gegnerischer Parteien (vgl. Domschke et al. 2003, S. IX).

Aus Platzgründen sei an dieser Stelle für weitergehende Ausführungen auf die entsprechenden Einzelbeiträge verwiesen.

4 Operations Research und Informationssysteme

Um der dem OR zugedachten Aufgabe der Entscheidungsvorbereitung und dem Streben nach einer optimalen Lösung gerecht werden zu können, ist eine Einbettung der Modelle und Algorithmen des OR in die *Informationssysteme* von Unternehmen unabdingbar. Zur Lösung der Entscheidungsprobleme und der damit verknüpften Optimierungsmodelle bieten sich verschiedene Grundtypen von Software an (vgl. Ellinger et al. 2003, S. 6 f.). Zum einen kann die Lösung in Verbindung mit Standardprogrammen, etwa zur Tabellenkalkulation erfolgen. So sind z. B. in Excel oder Lotus 1-2-3 sogenannte Solver integriert, mit deren Hilfe optimale Lösungen für eine Vielzahl von einfachen Modellen gefunden werden können. Darüber hinaus existiert spezielle Optimierungssoftware, mittels derer auch komplexe Optimierungsprobleme modelliert und gelöst werden können. Es besteht bei diesen Programmen über geeignete Schnittstellen immer auch die Möglichkeit der Einbindung in existierende Softwareumgebungen. Beispiele hierfür sind CPLEX von ILOG und Xpress von Dash Optimization. Häufig ist es jedoch notwendig spezialisierte Optimierungsprogramme einzusetzen, die jeweils speziell für einen Problemtyp entwickelt werden, da die Standard(optimierungs-)software aufgrund der Spezifität und der Komplexität der Probleme sehr schnell an ihre Grenzen stößt.

Neben der Optimierungssoftware existieren vor allem in den Bereichen Simulation, Prognoseverfahren und Netzplantechnik zahlreiche Standard-Softwarepakete, die den Planer bzw. den Entscheider in seiner Entscheidungsfindung unterstützen sollen. Die Funktionalität dieser Programme beruht dabei stets auf Methoden des OR.

Literatur

- Domschke, W. und A. Drexl (2007): Einführung in Operations Research. 7. Aufl., Springer, Berlin.
- Domschke, W.; A. Drexl, R. Klein, A. Scholl und S. Voß (2007): Übungen und Fallbeispiele zum Operations Research. 6. Aufl., Springer, Berlin.
- Domschke, W.; L. Häselbarth und A. Scholl (2003): WISU-Lexikon Operations Research. WISU - das Wirtschaftsstudium 32, Beihefter zur Juni-Ausgabe, S. I-XV.
- Domschke, W. und A. Scholl (2007): Heuristische Verfahren. In: Köhler, R.; H.-U. Küpper und A. Pfingsten (Hrsg.): Handwörterbuch der Betriebswirtschaft. 6. Aufl., Schäffer-Poeschel, Stuttgart, S. 674-683.
- Ellinger, T.; G. Beuermann und R. Leisten (2003): Operations Research - Eine Einführung. 6. Aufl., Springer, Berlin.
- Hillier, F. S. und G. J. Lieberman (2002): Operations Research - Einführung. 5. Aufl., Oldenburg, München.
- Klein, R. und A. Scholl (2004): Planung und Entscheidung. Vahlen, München.
- Küpper, H.-U. (2007): Controlling und Operations Research - Der Beitrag quantitativer Theorie zur Selbstfindung und Akzeptanz einer praxisorientierten Disziplin. Zeitschrift für Betriebswirtschaft 77, S. 735-758.
- Müller-Merbach, H. (1988): Operations Research. 3. Aufl., Vahlen, München.
- Müller-Merbach, H. (2000): Operations Research. In: Corsten, H. (Hrsg.): Lexikon der Betriebswirtschaftslehre. 4. Aufl., Oldenburg, München, S. 688-692.
- Neumann, K. und M. Morlock (2002): Operations Research. 2. Aufl., Hanser, München.
- Scholl, A. (2001): Robuste Planung und Optimierung. Physica, Heidelberg.